

Hamming-Codes
perfekter Code
pos. Fehler Code
Bsp: $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
Nachricht

Basis Vektorraum
Menge lin. unabh. Vektoren,
mit denen sich alle Vektoren
des Vektorraums
lin. unabh. (Matrix); $\sum \alpha_i v_i = 0$

Position: perfekter Code
(disjunkte Mengen die
alles einschließen)
PCC: wenn $v \in C$ dann
auch $v^{-1} \in C$

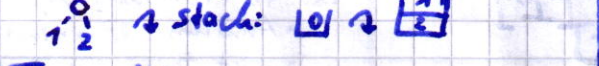
Menge der Wörter, die zu 000 dekodiert
werden: $S(000) = \{000, 100, 010, 001\}$
beim Code der Länge n mit $d(C) = k$
 $|S(v)| = \sum_{e \in C} \binom{n}{e}$
 $|S(v)| = \sum_{e \in C} \binom{n}{e}$

Breitensuchen

- alle Kn. undiscovered
- Startknoten disc. und in queue
- ↳ • kn. dequeuen und auf Suchgröße prüfen
- undisc. Nachbarknoten zu queue hinzuf. und disc.

Tiefensuchen

wie Breitensuche, bloß auf stack
anstatt queue



TopSort:

- $G=(V,E)$ mit $(u,v) \in E \quad \forall t(u) < t(v)$
kein TopSort für Kreis/Schlinge
- alle Kn. weiß
 - in Tiefensuche besuchte knife grau setzen.
 - ↳ wenn auf grau befind. Fehler! (Kreis)
 - bei Rekursion der Tiefensuche Knoten schwarz markieren und an Liste anfügen
 - ↳ Liste rückwärts ist topSort

↳ Tiefen-/Breitensuche/TopSort:
 $O(|V|+|E|)$

Lineare Suche: $LZ: O(n)$

- Voraussetzung: sortiertes Array
- in der Mitte starten (abrunden)
 - wenn gesuchte Zahl kleiner als gewählte ist, linkes Teilarray auf gleiche Weise untersuchen. Sonst rechtes.

Suchbaum:

- ↳ binärer Wurzelbaum
 - linker Teilbaum enthält kleinere Knoten
 - rechter Teilbaum größere
 - ↳ suche über Folgen der Pfade (Art binäre Suche)
- LZ: $O(\log(n))$ vollst. bal.
 $O(n)$ linear entartet

Hashing:

Abbildung Schlüssel \rightarrow pos. in Array
 $h(s) = s \bmod m$ \rightarrow Größe der Hash-Tabelle
bei Überlauf: Überlaufliste:
pos. in Array hat liste mit allen entspr. Hashelern.
im günstigen Fall: $O(1)$
Bsp: $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ PCC der Länge 4
↳ aus (b_1, b_2, b_3) G wird $C = \{(b_1, b_2, b_3, \sum_{i=1}^3 b_i)\}$

Quicksort:

- 1. elem. markieren (Pivot)
- ↳ alle elem., die kl. sind als Pivot links einsortieren, die größer sind rechts
- ↳ rekursiver Aufruf quicksort über linke/rechte Teillisten
- ⇒ nicht gut bei linear entarteten Listen

$LZ: O(n \log n)$ worst-case: $O(n^2)$

Mergesort:

- Liste halbieren (abgerundet)
 - immer weiter halb. bis nur noch 1-elem. Listen
 - ⇒ 1-elem. Listen in Rekursion zusammenführen & dabei sortieren
- $LZ: O(n \log(n))$ [$O(n)$ auf jeder Ebene]

Codierung: inv. Elem.: $a + a^{-1} = 0$

Parität:

$b_n = (\sum_{i=1}^n b_i) \bmod 2$ aus Folge b_1, \dots, b_{n-1}
↳ Codewort b_1, \dots, b_n
 $\sum_{i=1}^n b_i \equiv 0 \pmod{2}$ Parity-Check-Code (PCC)
Mächtigkeit aller PCC der Länge n :
 $|P_n| = 2^{n-1}$ [alle Bits bis auf das letzte können frei gewählt werden]

PCC: 1-fehlererkennend
Rekonstruktion von fehlendem Bit mögl.

ISBN: 10-stellig: 3 Buchnr. + 1 Prüfziffer
Prüfziffer: $z_{10} = (\sum_{i=1}^9 i \cdot z_i) \bmod 11$
bzw. $0 = \sum_{i=1}^{10} i \cdot z_i \pmod{11}$
ISBN: 1-fehlererkennend, erkennt Zahlen anderer

Fehlerkorrektur:

(Hamming-)Abstand: $d(u,v)$ ↳ Anzahl von Stellen, an denen sich u & v unterscheiden
Minimalabstand von Code C :
 $d(C) = \min \{d(u,v) \mid u,v \in C, u \neq v\}$
bei lin. Code: $d(u,v) = \sum d(u_i, v_i) = d(u-v, 0)$
 $d(C) = \min \{d(c, 0) \mid c \in C - \{0\}\}$
bei PCC: $d(PCC) = 2$
 $d(C) \geq k+1 \Rightarrow k$ -fehlererkennend
 $d(C) \geq 2k+1 \Rightarrow k$ -fehlerkorrigierend

Lineares Code:

C ist linear, wenn für Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \vdots \end{pmatrix}$ gilt: $C = \{w \mid A \cdot w^T = 0\}$
lin. Code C ist Vektorraum über $\mathbb{Z}_2(+, \cdot)$
Matrix G , deren Zeilen eine Basis eines lin. Codes C bilden heißt Generatormatrix
Umrechnung: Nachricht $\cdot G =$ Codewort
 $A \cdot \text{Codewort}^T = 0$