RS-CODES AUFGABE 1

- $\mathbb{R} = (\overset{n}{7}, \overset{k}{5}, \overset{d_{min}}{3})_8$, also $GF(2^3)$
  $p(x) = x^3 + x^2 + 1$
  $w = 1$

1. RS-Codes haben Nullstellen. Anzahl der Nullstellen sind die Anzahl der Redundanzsymbole ($t_A = d_{min} - 1$).
   $g(x) = \Sigma_{i=1}^{t_A}(x - \alpha^i) = (x - \alpha^1)(x - \alpha^2) = x^2 + \alpha^2 x + \alpha x + \alpha^3 = x^2 + \alpha^6 x + \alpha^3$
   Anmerkung: $-\alpha = \alpha$, daher wird es entsprechend ins positive umgewandelt.
   Wir wissen, dass $\alpha^2 + \alpha = \alpha^6$ ist, da wir in der Tabelle der Polynomdarstellung (siehe auch Skript) nachgucken, wo $\alpha^2 + \alpha$ auftaucht... in der Zeile von α^6. Alternative kann auch α^2XORα^1 gerechnet werden: $(0\,0\,1)\mathrm{XOR}(0\,1\,0) = (0\,1\,1)$ und das ist auch die Zeile α^6.

2. $t_A = 2 = d_{min} - 1$
   $t_k = \dfrac{d_{min} - 1}{2} = 1$

3. $0 = \alpha^3 + \alpha^2 + 1 \Rightarrow \alpha^3 = \alpha^2 + 1$

Potenzdarstellung	Polynomdarstellung	Bin	Dez
$\alpha^{-\infty}$	$= 0$	$= 0\,0\,0$	0
α^0	$= \alpha^0$	$= 1\,0\,0$	1
α^1	$= \alpha^1$	$= 0\,1\,0$	2
α^2	$= \alpha^2$	$= 0\,0\,1$	4
α^3	$= \alpha^2 + 1$	$= 1\,0\,1$	5
α^4	$= \alpha(\alpha^3) = \alpha^3 + \alpha = \alpha^2 + \alpha + 1$	$= 1\,1\,1$	7
α^5	$= \alpha(\alpha^4) = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^2 + 1 + \alpha^2 + \alpha$	$= 1\,1\,0$	3
α^6	$= \alpha(\alpha^5) = \alpha^2 + \alpha$	$= 0\,1\,1$	7
α^7	$= \alpha^3 + \alpha^2 = 1$	$= 1\,0\,0$	1

   Anmerkung: $\alpha^2 + \alpha^2 = 0$, da $2\alpha^2 \mod 2 = 0$, gleiches mit $\alpha + \alpha = 0$
   Man sieht: $\alpha^0 = \alpha^7$. Daher rechnet man immer mit $p - 1$ und nicht mit p.

   Codierung $u = (\overset{x^0}{4}\ \overset{x^1}{3}\ 2\ 1\ \overset{x^4}{0})$. Umgewandelt anhand der Dezimalzahlen aus der Tabelle:
   $u = \alpha^2 + \alpha^5 x^1 + \alpha x^2 + x^3$
   $u' = u \cdot x^{d_{min}-1} = u \cdot x^2 = x^5 + \alpha x^4 + \alpha^5 x^3 + \alpha^2 x^2$
   $r = u' \mod g(x) = (x^5 + \alpha x^4 + \alpha^5 x^3 + \alpha^2 x^2) : (x^2 + \alpha^6 x + \alpha^3) = x^3 + ...$
   Polynomdivision:
   1. Schritt: $x^5 + \alpha^6 x^4 + \alpha^3 x^3$
   $\alpha + \alpha^6 = \alpha + \alpha^2 + \alpha = \alpha^2$ (entsprechend der Tabelle)
   Daraus: $\alpha^2 x^4 + \alpha^6 x^3 + \alpha^2 x^2$
   Nach weiteren Schritten erhält man den Rest: $\alpha^4 x + \alpha^6 x^0$

   Berechnung von α:
   $\alpha^3 \cdot \alpha^4 = \alpha^{3+4=7} = \alpha^{7 \mod 7} = \alpha^0 = 1$ und bswp. analog:
   $\alpha^9 = \alpha^{9 \mod 7} = \alpha^2$
   $\alpha^3 + \alpha^4 = (\alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha) = \alpha^2 + 1 = \alpha^6$